Dadme un punto de apoyo... ¿y moveré al mundo?

Cuenta la leyenda que el gran Arquímedes de Siracusa, el más ilustre científico del mundo antiguo, arrastrado quizá por un entusiasmo desmedido ante su descubrimiento de la ley de la palanca, habría exclamado con soberbia: "Dadme un punto de apoyo y moveré al mundo". Ante una afirmación tan atrevida parece razonable preguntarse ¿está justificada la confianza de Arquímedes en su descubrimiento? ¿Qué ocurriría si tomamos al pie de la letra la exclamación del insigne científico?

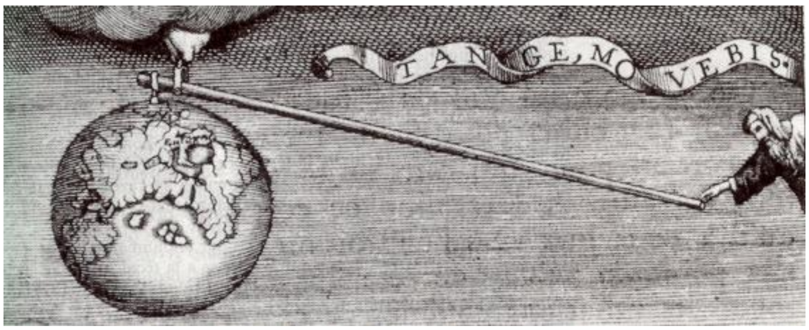

Figura 1. Arquímedes levantando la Tierra con una palanca. Grabado de 1787.

Consideremos la siguiente figura en la que aparece una barra rígida, es decir, una palanca, apoyada en el punto O, teniendo un peso de magnitud F_2 colgado de uno de sus extremos.

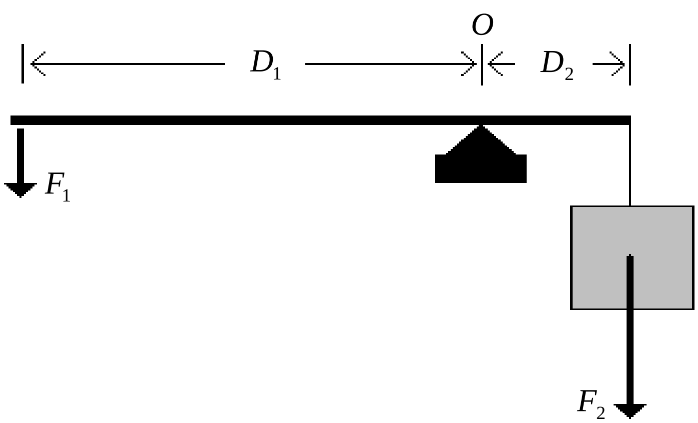

Figura 2. Una peso de magnitud F2 es equilibrado mediante una fuerza inferior de magnitud F1.

Arquímedes descubrió que una persona puede equilibrar este peso si ejerce en el otro extremo de la palanca, una fuerza de magnitud F_1 que satisfaga la siguiente relación:

$$F_1 \times D_1 = F_2 \times D_2$$

Las distancias D_1 y D_2 se denominan *brazos de palanca*, y son las que aparecen indicadas en la figura 2. Aunque la forma matemática de esta ley te pueda resultar poco familiar, puedo asegurarte que la has experimentado muchas veces, ya sea cuando eras pequeño y tus padres te montaban en los clásicos balancines, ya sea extrayendo clavos de una muralla mediante un martillo o aflojando una tuerca en la rueda de tu vehículo con una llave. Al observar esta ley, resulta evidente que si aumentamos la distancia D_1, por ejemplo diez veces, entonces tenemos que disminuir la fuerza F_1 a la décima parte a fin de mantener el equilibrio. La conclusión es inmediata: empleando una palanca es posible equilibrar un cierto peso mediante una fuerza inferior a él. Ahora podemos comprender el entusiasmo de Arquímedes ante su notable descubrimiento. Sin importar cuan grande sea el peso F_2, siempre es posible equilibrarlo aumentando adecuadamente el brazo de palanca D_1.

Imaginemos ahora que el gran Arquímedes ha encontrado el punto de apoyo que buscaba. Para fijar ideas, supongamos que se trata de un enorme planeta sobre el cual la Tierra puede ser depositada. Naturalmente, nuestro hipotético planeta deberá tener un tamaño descomunal, puesto que la Tierra posee una masa que, en números redondos, resulta ser,

$$600.000.000.000.000.000.000.000 \ \textit{kilogramos}$$

Una cifra que bien podría desalentar al insigne científico. Pero supongamos que Arquímedes no se amilana, y continúa resuelto a mover el mundo, valiéndose de la barra rígida *AB* que aparece ilustrada en la figura 3. Ahora bien, la mínima fuerza que Arquímedes deberá aplicar en el punto *B* de la figura, puede calcularse fácilmente a partir de la ley de la palanca. En efecto, si un hombre puede elevar directamente 60 kilogramos (*kg*), para levantar la Tierra tendría que aplicar sus manos a un brazo de palanca que fuera...

$$100.000.000.000.000.000.000.000 \ \textit{veces mayor que el brazo más corto.}$$

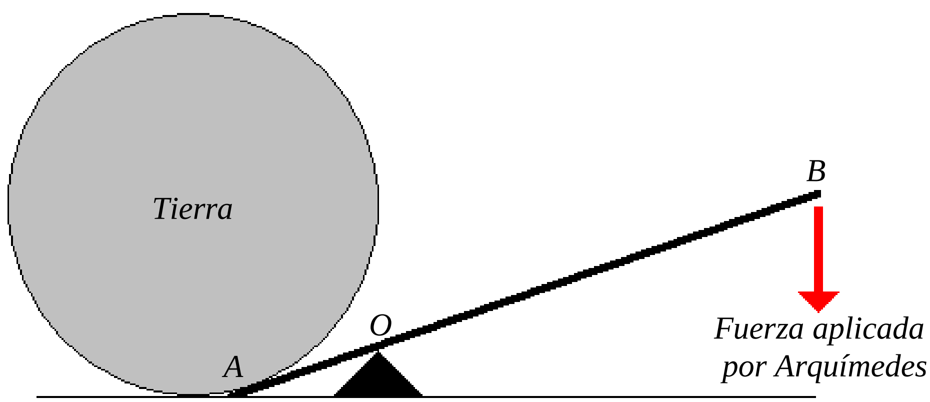

Figura 3. La Tierra apoyada sobre un hipotético planeta donde Arquímedes ha instalado un sistema de palanca.

Por ejemplo, si admitimos que el brazo menor, que corresponde al tramo *AO* en la figura 3, tiene una longitud de un metro (*m*), entonces resulta que el brazo mayor *OB* tendrá una longitud de

$$\overline{OB} = 100.000.000.000.000.000.000.000 \ m$$

Seguramente, aparte de la sensación de mareo que produce ver tantos ceros, esta cifra no te dice mucho. Para tener una idea de su real magnitud, comparémosla con una unidad de uso corriente en astronomía, el *año luz,* definido como la distancia que recorre la luz en un año a través del espacio. En números redondos, un año luz equivale a una distancia de

$$10.000.000.000.000.000 \ m$$

Por lo tanto, el brazo de palanca *OA* expresado en años luz será,

$$\overline{OA} = 10.000.000 \ \textit{años luz}$$

Vale decir, diez millones de años luz. Una distancia verdaderamente colosal, si recordamos que el diámetro de nuestra galaxia, la Vía Láctea, es de “sólo” 100.000 *años luz*. Imaginemos ahora que Arquímedes ha conseguido mover la Tierra un centímetro, vale decir, el extremo *A* del brazo de palanca *OA* ha descrito un arco de un centímetro de longitud. Un cálculo muy simple revela que el arco descrito por el extremo *B* del brazo *OB* tendrá el valor,

$$1.000.000.000.000.000.000.000 \ m = 10.000 \ \textit{años luz}$$

Por último, ¿cuanto tiempo requeriría la mano para recorrer esta enorme distancia? Suponiendo que Arquímedes sea capaz de levantar una masa de 60 kg a un metro de altura en un segundo, entonces levantar la Tierra un sólo centímetro (cm) le hubiera tomado:

$$1.000.000.000.000.000.000.000 \ \textit{segundos} \approx 10.000.000.000.000 \ \textit{años}$$

Para desdicha de nuestro ilustre científico, esta cifra es aproximadamente ¡mil veces mayor que el tiempo transcurrido desde el origen del universo[1]¡ ¿Pero qué ocurriría si el brazo de Arquímedes lograra moverse con la máxima celeridad que permiten las leyes naturales, es decir, 300.000 kilómetros por segundo (km/s), que corresponde a la rapidez de la luz en el vacío?. Analizando el problema en términos de costo y beneficio, la situación no mejora mucho, puesto que demoraría alrededor de ¡diez millones de años¡ Demasiado trabajo para un mísero centímetro... incluso para el buen Arquímedes ¿no crees?

¿Quieres saber más?

La mínima fuerza que Arquímedes debe ejercer para mover la Tierra (ver figura 3) se obtiene en forma directa a partir de la ley de la palanca, reemplazando los valores dados en el texto:

$$\overline{AO} \times (6 \times 10^{24} kg \times g) = \overline{BO} \times (60 kg \times g)$$

donde $g = 9{,}81 m/s^2$ es la aceleración de la gravedad. Notemos que el resultado es independiente de *g*. En efecto, la razón entre el brazo de palanca mayor y el menor será:

$$\frac{\overline{BO}}{\overline{AO}} = 10^{23}$$

Si *AO* está dado en metros resulta,

$$\overline{BO} = 10^{23} m$$

[1] Aquí se hace mención a un evento conocido como *Big Bang* o *Gran Explosión* el cual, de acuerdo a las teorías cosmológicas vigentes, habría dado origen al Universo hace aproximadamente quince mil millones de años.

Por otra parte, si suponemos que el extremo A del brazo AO describe un arco de circunferencia $\widehat{A}$ de 1cm de longitud, entonces el arco $\widehat{B}$ descrito por el extremo B se puede obtenerse a partir de una simple regla de tres:

$$\frac{\widehat{A}}{\overline{AO}} = \frac{\widehat{B}}{\overline{BO}}$$

Despejando el arco $\widehat{B}$ e introduciendo los correspondientes valores se obtiene:

$$\widehat{B} = 10^{21} m$$

Por otra parte, un año luz es la distancia recorrida por la luz en el vacío durante un año. Como la luz recorre 3×10^{8} metros en cada segundo, y cada hora posee 3.600 segundos, y cada día tiene 24 horas, y cada año posee 365 días, entonces podemos obtener el siguiente factor de conversión entre años luz y metros:

$$1 \text{ } \textit{año luz} = 3\times10^{8} m\cdot s^{-1}\times 3.600s\times 24\times 365 \approx 10^{16} m$$

Por lo tanto, la longitud del arco $\widehat{B}$ expresada en años luz resulta ser:

$$\widehat{B} = 10^{5} \textit{ años luz}$$

La determinación del tiempo empleado en recorrer esta distancia es inmediato.

Jorge Pinochet I.
Licenciado en Física, Universidad Católica de Chile