

## Movimiento Variado

- Que un movimiento sea variado significa que el móvil que lo posee tiene una velocidad varía con el tiempo.

Esa variación puede darse con la magnitud de la velocidad, su dirección y/o su sentido.

Un primer caso lo tenemos en movimientos en donde la magnitud de la velocidad, aumenta o disminuye en forma uniforme, manteniendo una trayectoria rectilínea.

Un buen ejemplo para este caso es el que corresponde a un objeto que está en caída libre, es decir, se le suelta desde una altura determinada y cae por acción de la gravedad terrestre.

Otro caso ocurre en movimientos circulares, como es el caso de un auto de carrera que se mueve a

razón de  $250 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$  en una pista ovalada.

Un alcance. Según una visión aristotélica (Aristóteles, 384 – 322 a.C.) se podría afirmar que los cuerpos en caída libre aumentaban progresivamente su velocidad dependiendo de la masa que tuviesen. Es decir, un cuerpo de mayor masa aumentaba más su velocidad con respecto a uno de menor masa. ¿Qué opinas al respecto?

## Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA):

Se trata de casos de movimiento que se realizan en forma rectilínea y con una variación de la velocidad en forma constante.

Este tipo de movimientos no es tan extraño. Lo tenemos, por ejemplo en situaciones como: un objeto que cae libremente, un objeto que es lanzado hacia arriba, un automóvil al momento de iniciar su movimiento (en algunos casos), etc.

Aquí aparece un nuevo concepto, el de **aceleración**, que representa la rapidez con que una velocidad cambia de valor. Matemáticamente, se expresa así:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t}$$

Los términos llevan flechas pues son vectores.

Donde  $v_i$  es la velocidad que tenía un móvil antes de cambiar a la velocidad  $v_f$  durante un intervalo de tiempo  $t$ .

En la práctica ocurre que:

La aceleración de un móvil es:

- positiva si está aumentando la velocidad.
- negativa si está disminuyendo la velocidad.
- nula si mantiene la velocidad constante.

## Representación gráfica del MRUA.

Al igual que en el tipo de movimiento con velocidad constante, en el de velocidad variable también es conveniente construir gráficos para obtener conclusiones importantes.

### Gráfico $d$ v/s $t$ .

Supongamos que se controla posiciones sucesivas de un móvil y se obtienen los siguientes datos:

t[s]	0	1	2	3	4	5
d[m]	0	1	4	9	16	25

Tabla de Datos 1.

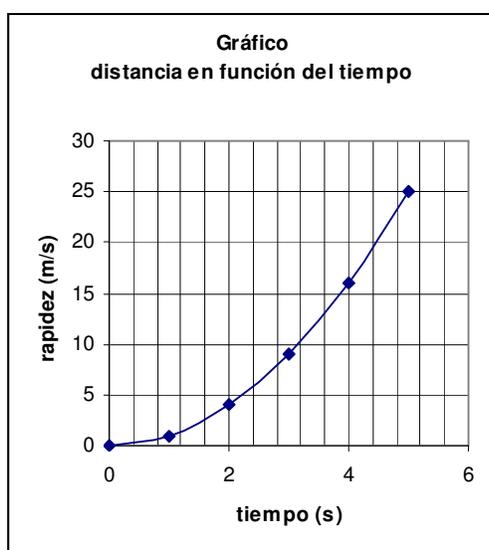


Gráfico 1.

La curva graficada resulta ser una semiparábola. Esta es la representación gráfica de un Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado en un gráfico distancia en función del tiempo.

### Gráfico $v$ v/s $t$ .

Supongamos que se controla el movimiento de un móvil y se obtienen los siguientes datos:

t[s]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$v \left[ \frac{m}{s} \right]$	2	2	2	2	3	4	5	6	7	8

Tabla de Datos 2.

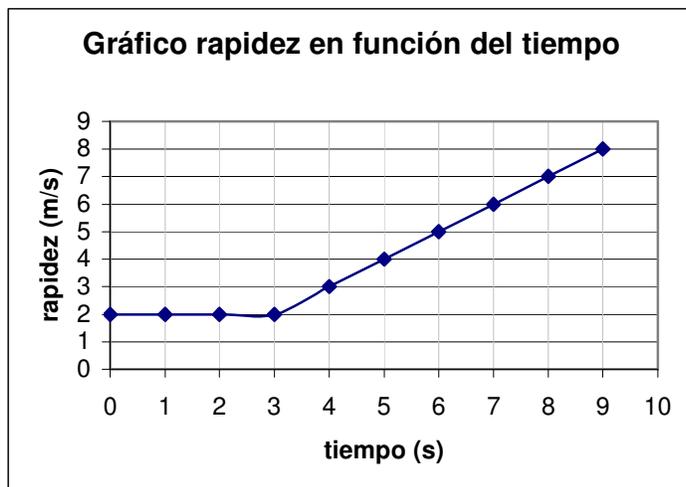


Gráfico 2.

**Actividad propuesta:**

Analice el gráfico anterior.

¿Cómo es la velocidad del móvil en los primeros 3 segundos?

¿Cómo lo es en los siguientes 6 segundos?

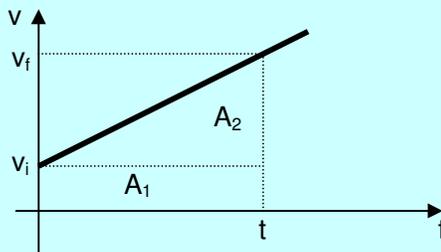
Calcula la pendiente de la curva en los primeros 3 segundos.

Calcula la pendiente de la curva que va de los 3 a los 9 segundos.

¿Qué conclusiones puedes obtener después de calcular las pendientes anteriores?

**Un alcance necesario:**

En general, el gráfico  $v$  vs  $t$ , cuando un móvil lleva cierta velocidad cuando se empieza a controlar su movimiento, es:



Aquí podemos calcular el área bajo la curva que está dividida en las regiones  $A_1$  y  $A_2$

$$A_1 = v_i t \quad A_2 = \frac{1}{2}(v_f - v_i)t$$

$$\text{Por tanto, } d = A_1 + A_2 = v_i t + \frac{1}{2}(v_f - v_i)t$$

Pero:  $v_f - v_i = at$ , según relación de aceleración.

En consecuencia, la distancia recorrida por un móvil viene dada por la relación:

$$d = v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

### Gráfico a v/s t.

Si usamos el resultado del problema anterior, obtenemos la siguiente tabla de datos:

t[s]	0	1	2	3	4	5	6	7
a $\left[ \frac{m}{s^2} \right]$	2	2	2	2	2	2	2	2

Tabla de datos 3.

Por lo que el gráfico resultante será:

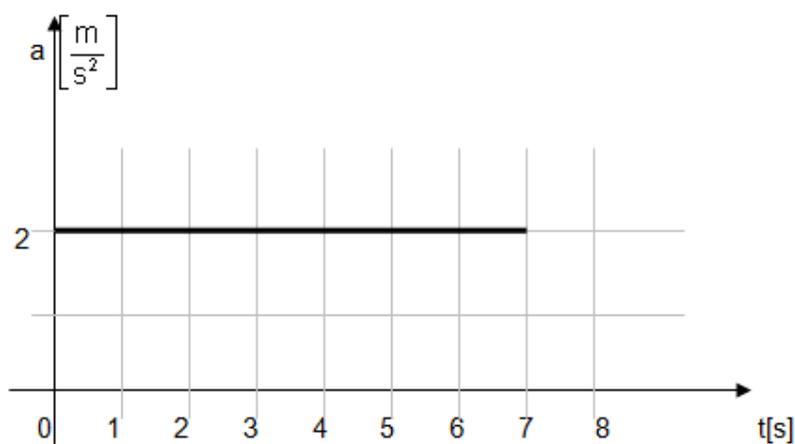


Gráfico 3: a v/s t.

La pendiente, si la calculamos, es  $0 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$ , esto significa que efectivamente la aceleración permanece constante, que no sufre cambios.

Si calculamos el área bajo la curva, por ejemplo entre los valores  $t_1 = 2[s]$  y  $t_2 = 6[s]$ , obtendremos como resultado el valor  $8 \left[ \frac{m}{s} \right]$ .

El resultado tiene unidades de velocidad. Bueno, lo que se calculó en este caso, fue la velocidad media comprendida entre los 2[s] y los 6[s].

### Relaciones del Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado.

Ya tenemos una ecuación, que corresponde al concepto de aceleración:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

Expresión para su magnitud.

Otras ecuaciones son:

$$d = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

que ya se había deducido anteriormente.

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

Otra expresión, que permite relacionar el MRU con el MRUA, es:

$$v = \frac{v_f + v_i}{2}$$

### Ejercicios:

1.- Un móvil está detenido y recibe una fuerza constante durante 4[s] y alcanza una velocidad de  $12 \left[ \frac{m}{s} \right]$ . Determine la aceleración que adquiere.

### Solución:

Datos:

Relación a usar:

$$v_i = 0 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$v_f = 12 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$t = 4[s]$$

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

$$a = \frac{12 \left[ \frac{m}{s} \right] - 0 \left[ \frac{m}{s} \right]}{4[s]} = 3 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$$

Este resultado nos dice que el móvil durante los 4[s] aumentó su velocidad a razón de  $3 \left[ \frac{m}{s} \right]$  en cada segundo.

2.- Un automóvil lleva una velocidad de  $10 \left[ \frac{m}{s} \right]$  cuando acelera y al cabo de 5[s] alcanza una velocidad de  $20 \left[ \frac{m}{s} \right]$ . Determine la aceleración que adquirió el automóvil y la distancia que recorrió en los 5[s].

**Solución:**

Datos:

$$v_i = 10 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$v_f = 20 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$t = 5[\text{s}]$$

Relaciones a usar:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

$$d = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$a = \frac{20 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] - 10 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]}{5[\text{s}]} = 2 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$d = 10 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \cdot 5[\text{s}] + \frac{1}{2} \cdot 2 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \cdot (5[\text{s}])^2 = 75[\text{m}]$$

Un caso particular de Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado es el de Caída Libre, en donde la velocidad inicial es nula, la aceleración es la aceleración de gravedad ( $g = 9,8 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$ ) y a la distancia que recorre el cuerpo que cae se le designa con la letra h.

3.- Un cuerpo cae libremente de una altura de 10[m]. Determine la velocidad con que llega al suelo y el tiempo que tarda en hacerlo.

**Solución:**

Datos:

$$v_i = 0 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$g = 9,8 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$h = 10[\text{m}]$$

Relaciones a usar:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad \Rightarrow v_f^2 = 2gh$$

$$d = v_i t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{De la primera relación: } v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \cdot 10[\text{m}]} = 14 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$\text{Y, de la segunda relación: } t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10[\text{m}]}{9,8 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]}} = 1,429[\text{s}]$$

4.- Un automóvil lleva una velocidad de  $90 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$  cuando desacelera (aceleración negativa) a razón de  $4 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$  hasta detenerse. Determine la distancia que recorre hasta detenerse y el tiempo que emplea en ello.

**Solución:**

Datos:

Relaciones a usar:

$$v_i = 90 \left[ \frac{\text{km}}{\text{h}} \right] = 25 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ad$$

$$v_f = 0 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

$$a = -4 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$\text{De la primera relación: } d = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} = \frac{\left( 0 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \right)^2 - \left( 25 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \right)^2}{2 \cdot \left( -4 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \right)} = 78,125[\text{m}]$$

$$\text{De la segunda relación: } t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{0 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] - 25 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]}{-4 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]} = 6,25[\text{s}]$$

**Resumen**

Los conocimientos que hoy se tienen en física no constituyen la verdad final, puede ser que a futuro se replanteen en otras teorías.

Un móvil está en movimiento cuando cambia su posición en el tiempo.

La medida de una trayectoria considerando todos sus puntos en forma consecutiva es lo que se conoce como distancia.

La medida de una trayectoria en línea recta desde el punto de partida al punto de llegada se conoce como desplazamiento.

En el estudio de un movimiento es siempre necesario utilizar un sistema de referencia respecto al cual se describe el movimiento.

El concepto de rapidez representa la forma en que un móvil recorre cierta distancia a través del tiempo. Y su representación matemática es:  $v = \frac{d}{t}$

El concepto de velocidad representa la forma en que un móvil se desplaza a través del tiempo. Y su representación matemática es:  $\bar{v} = \frac{\bar{d}}{t}$

Un móvil realiza un Movimiento Rectilíneo Uniforme si: cambia de posición en el tiempo, recorre distancias (desplazamientos) iguales en tiempos iguales y el recorrido que realiza es en línea recta.

Un Movimiento Rectilíneo Uniforme se dice que es un movimiento inercial. En este caso las fuerzas que pudieran actuar sobre el móvil en movimiento se anulan.

Para el caso de un Movimiento Rectilíneo Uniforme es posible hablar de rapidez o velocidad indistintamente. En este caso se considera positiva una rapidez cuando un móvil se dirige en un sentido respecto a un punto o sistema de referencia y negativa cuando se desplaza en sentido contrario.

La relatividad Galileana de las velocidades permite velocidades mayores que la velocidad de la luz. Situación que no lo permite la Teoría de la Relatividad formulada por Albert Einstein.

La velocidad media de un móvil se obtiene del cociente entre la distancia total recorrida por él y el tiempo total que ha empleado.

La velocidad instantánea de un móvil se determina considerando la distancia que recorre en un intervalo de tiempo que se acerca a cero.

Un móvil tiene un Movimiento Variado cuando su velocidad no se mantiene uniforme.

Un móvil realiza un Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado si: su velocidad cambia uniformemente, se mueve en línea recta.

En un móvil que se mueve con Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado las fuerzas que actúan sobre él no se anulan.

Las Relaciones del Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado son:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}; \quad d = v_i t + \frac{1}{2} a t^2; \quad v_f^2 = v_i^2 + 2ad; \quad v = \frac{v_f + v_i}{2}$$