# Unidad 2 Dinámica de rotaciones

## *(a) Movimiento circunferencial con aceleración angular*

Detalle de contenidos

- **Aceleración angular**
  Rotación de cuerpos con aceleración angular constante. Relación entre aceleración tangencial y angular. Determinación experimental de la aceleración angular de un cuerpo rígido.

- **La aceleración en un péndulo**
  Consecuencia de las fuerzas variables en un péndulo. Fuerza que depende de la amplitud.

- **Torque y aceleración y velocidad angular y su naturaleza vectorial**
  Giro de un cuerpo bajo la influencia de una fuerza externa. Relación entre torque y aceleración angular, método teórico y experimental. Dirección y sentido del torque, la aceleración y la velocidad angular.

***Actividades genéricas y ejemplos a elegir***

*Actividad*

**Identifican cuerpos con aceleración angular constante y variable. Aplican y determinan empíricamente la aceleración angular de un cuerpo que rota, la relacionan con la aceleración tangencial y encuentran su relación con el torque.**

*Ejemplos*

---

1) κ Dan ejemplos de cuerpos con movimientos rotatorios uniformes y no uniformes, asociándolos con aquellos que tienen o no tienen aceleración angular. Relacionan la aceleración angular con la tangencial.

**Indicaciones al docente**

Llevar un ventilador a la sala de clase puede ser muy instructivo. El hacerlo funcionar y después de un instante desconectarlo, permite abordar el tema haciendo que los estudiantes clasifiquen, según la aceleración, el movimiento de las aspas.

Este tema complementa el contenido de la primera Unidad del Plan de Formación General. Si los alumnos o alumnas no han estudiado esta materia es necesario introducir conceptos básicos referidos a la rotación. Hacer notar que en un movimiento circunferencial uniforme se verifican las relaciones

$$\mathrm{v} = \omega\, r \qquad a_t = \alpha\, r$$

donde $r$ es la distancia al centro de rotación, $\omega$ es la velocidad angular y $\alpha$ es la aceleración angular. Hacer notar que $a_t$ es la aceleración tangencial, puesto que existe una radial o centrípeta $a_c$ de magnitud $\omega^2\, r$.

2) κ Determinan experimentalmente la aceleración angular con que desciende un cilindro por un plano inclinado. Discuten el origen de la aceleración medida.

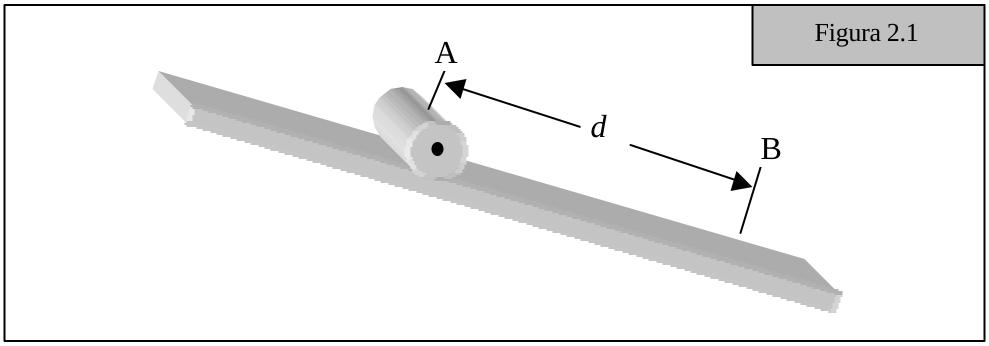


Figura 2.1

**Indicaciones al docente**

Como cilindro se puede usar un trozo de tubo de PVC o tarro. Al bajar por el plano inclinado la aceleración lineal del eje es constante y su valor es el mismo que el de la aceleración tangencial en un punto del borde del cilindro. Para que comprendan lo anterior se requiere llamar la atención al hecho de quede que, al completar una vuelta, un punto del borde del cilindro recorre una distancia igual a $2\pi r$ y que el eje ha recorrido la misma distancia en el mismo tiempo (lo pueden verificar usando el mismo cilindro). Por lo tanto las variaciones de velocidades del eje y del borde son iguales en magnitud en tiempos iguales.

Al soltar al cilindro en el punto A, este parte con velocidad inicial cero de modo que los estudiantes pueden medir el tiempo $t$ que emplea en recorrer la distancia $d$. Recordándoles que $d = \frac{1}{2}at^2$, pueden determinar la aceleración tangencial del borde del cilindro. Como la aceleración en el borde del cilindro es igual a la de su eje de rotación, es lícito aplicar la relación $\alpha = \frac{a}{r}$ para calcular la aceleración angular.

La discusión del experimento se enriquece si se repite con una bolita y se pregunta por la aceleración angular en distintos puntos de su superficie.

3) Discuten la analogía entre las ecuaciones cinemáticas para el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado y las de un movimiento rotacional con aceleración angular constante.

**Indicaciones al docente**

Se recomienda escribir esas ecuaciones para que los alumnos relacionen los coeficientes y hagan las analogías correspondientes:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$v = v_0 t + at \qquad \omega = \omega_0 + \alpha t,$$

donde los ángulos están medidos en radianes. Aclarar que las ecuaciones precedentes son válidas sólo si la fuerza y el torque neto son constantes.

4) κ Resuelven problemas calculando la aceleración angular en ejemplos tales como una hélice, una esfera rodante, un neumático cuando un auto está frenando, una máquina Atwood, etc.

**Indicaciones al docente**
Plantear solo problemas para los cuales pueda considerarse una aceleración constante, y relacionados con la vida cotidiana de los estudiantes.

---

5) κ Observan un objeto que oscila colgando de un hilo (péndulo) y describen los cambios de su velocidad y aceleración angular en función del tiempo. Comprueban que éste es un ejemplo en que las expresiones anteriores no pueden utilizarse. Discuten por qué ocurre esto, si la aceleración de gravedad g es constante.

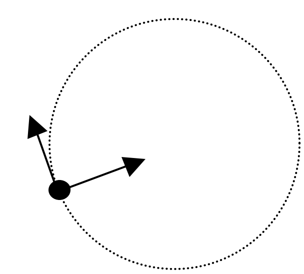
**Indicaciones al docente**
Es conveniente que los estudiantes dibujen las fuerzas sobre el péndulo en diferentes posiciones de modo de visualizar sus cambios, y que se den cuenta que la que define el movimiento es la componente tangencial, que varía con el ángulo y resulta, para movimientos pequeños, proporcional a la amplitud.

---

6) Demostrar que si una fuerza tangencial constante actúa sobre un objeto que gira, se cumple que la aceleración angular es directamente proporcional al torque.

**Indicaciones al docente**
Lo más simple es trabajar con un objeto que pueda tratarse como un punto de masa $m$. Entonces, usando las expresiones $F_t = m\,a_t$, $\tau = F_t\,r$ y $a_t = \alpha\,r$ se obtiene fácilmente el resultado $\alpha = \frac{\tau}{mr^2}$. Hacer notar que esta última expresión puede escribirse en términos del momento de inercia como $\tau = I\alpha$, ecuación en general válida también para cuerpos extensos, como una rueda de bicicleta por ejemplo. Es necesario hacer notar que la fuerza centrípeta debe estar presente en este movimiento aunque a veces no se dibuje.

Figura 2.2



---

7) Encuentran experimentalmente la relación entre el torque y la aceleración angular.

**Indicaciones al docente**
El montaje de la figura 2.3 puede hacerse con una rueda de bicicleta de aro pequeño, montada sobre su eje. Tal vez sea necesario explicar a los alumnos y alumnas que durante el proceso de aceleración, el torque no es el producido por el peso del cuerpo sino por la tensión de la cuerda. Para determinarla se aplica la segunda ley de Newton de la siguiente forma:

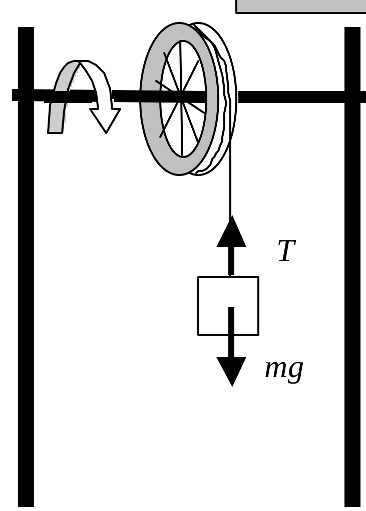
$$mg - T = ma,$$

de donde

$$T = mg - ma.$$

Como esta fuerza es constante, $a$ se determina conociendo el tiempo $t$ que emplea la masa en bajar cierta distancia $d = \frac{1}{2}at^2$. Usando las relaciones $\tau = Tr$

Figura 2.3



$= Ia$, donde $r$ es el radio de la rueda e $I$ su momento de inercia, se obtiene finalmente $a = \frac{mr}{I}\left(g - \frac{2d}{t^2}\right)$.

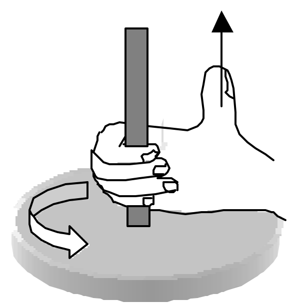
Al analizar la experiencia, enfatizar en que la constante de proporcionalidad encontrada corresponde al momento de inercia de la rueda y desafiar a los alumnos a diseñar otro trabajo experimental que permita encontrar el momento de inercia de otros cuerpos.

8) κ Utilizan la regla de la mano derecha para determinar la dirección y sentido del vector asociado a la velocidad angular de cuerpos que giran en diferentes planos.

**Indicaciones al docente**

Indicar a las y los alumnos que se escoge el eje de rotación como dirección del vector velocidad angular y que su sentido puede determinarse usando una convención, como por ejemplo, la regla de la mano derecha. Esta dice, "si suponemos que tomamos el eje de rotación del cuerpo con la mano derecha de modo que los dedos apunten en el sentido de la rotación, el pulgar colocado paralelo al eje indicará el sentido del vector velocidad angular". Figura 2.4.

Figura 2.4



Es conveniente hacer notar que ningún punto del cuerpo que rota lo hace en la dirección del vector velocidad angular.

Aplicar la convención a diversos ejemplos como los punteros del reloj, las aspas de un ventilador, el giro de una o un alumno sobre sus talones, la rotación de la Tierra en torno a su eje y el Sol, etc.

## *(b) Conservación del momento angular*

Detalle de contenidos

- **El vector momento angular**

  Definición del momento angular y su relación con la cantidad de movimiento lineal. Las expresiones $L = I\omega$, $L = mvr$. Cálculo del momento angular de un cuerpo rígido y determinación de su dirección y sentido.

- **Aplicación de la conservación del momento angular**

  Ejemplos de su conservación en ausencia de torques externos. Capacidad predictiva de la ley de conservación del momento angular.

***Actividades genéricas y ejemplos a elegir***

*Actividad*

Calculan y determinan la dirección y sentido del momento angular de un cuerpo que rota y aplican el principio de conservación de esta magnitud a la resolución de problemas considerando situaciones cotidianas.

*Ejemplos*

1) κ Usando la rotación deciden si un huevo está cocido o crudo. Discuten el concepto de "tendencia a seguir rotando" o inercia de rotación.

**Indicaciones al docente**

Esta instructiva experiencia es también útil en la cocina. Traer un huevo cocido y uno crudo. Hacerlos rotar sobre una mesa deteniéndolos con un dedo para inmediatamente después soltarlos. El huevo crudo reanuda su rotación y el cocido queda inmóvil. Discutir con los alumnos el origen de esta diferencia de comportamiento.

2) κ Definir momento angular a través de ejemplos como el movimiento de la Tierra en torno al Sol o el giro de un trompo.

**Indicaciones al docente**

Usar algunos ejemplos para los cuales sea razonable tratar el objeto como una masa puntual, a fin de definir $L$ como el producto $mvr$. Tratar luego la rotación de un cuerpo rígido como el trompo, introduciendo la expresión $\vec{L} = I\vec{\omega}$. Enfatizar el carácter vectorial de la velocidad angular.

3) κ Observan y dan argumentos para explicar los cambios de velocidad angular que experimenta una alumna o alumno al girar en torno al taco de un zapato con los brazos extendidos, que luego junta.

**Indicaciones al docente**

Si se coloca un plástico o papel grueso entre el taco y el suelo se logra un menor roce, de modo que el movimiento de rotación se mantiene por mayor tiempo después del impulso inicial. El efecto se hace muy evidente si el estudiante junta con rapidez los brazos y, más aún, si sostiene en sus manos algo pesado (libros, ladrillos, etc.). La experiencia permite demostrar la relación entre el momento de inercia y la velocidad angular e ilustrar la afirmación que el momento angular se conserva.

Si es posible, realizar esta demostración utilizando una silla o una plataforma rotatoria.

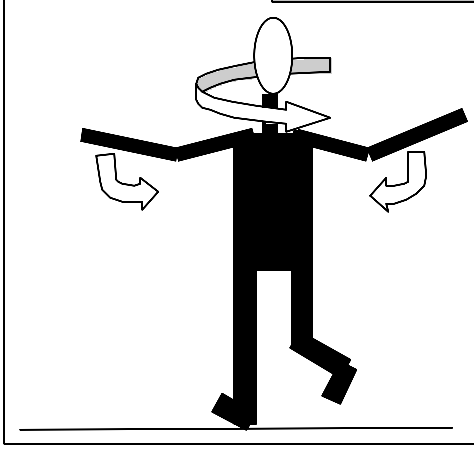


Figura 2.5

---

4) Aplican el principio de conservación del momento angular para explicar los cambios de velocidad de la Tierra en su órbita en torno al Sol, de un satélite en torno a la Tierra, etc.

**Indicaciones al docente**

Un dibujo que represente la órbita elíptica de un cometa en torno al Sol puede ser utilizado como una herramienta eficaz para visualizar los cambios en la distancia al Sol (centro de giro) y en la velocidad, de modo que el momento angular se conserve. El maestro puede aprovechar esta aplicación para motivar el estudio de las leyes de Kepler.

---

5) κ Discuten acerca de la estabilidad que da a bicicletas, motocicletas y automóviles de carrera, el girar veloz de sus ruedas.

**Indicaciones al docente**

El ejemplo del ciclista se presta para una demostración práctica. Sacar la rueda de una bicicleta, hacerla girar, y experimentar la dificultad de cambiar de posición el eje cuando la rueda gira. Este cambio de posición equivale a un cambio del vector momento angular. Ilustrarlo usando un simple diagrama de vectores haciendo ver que el momento angular se conserve a no ser que se aplique un torque. Comentar la dificultad de equilibrarse sobre una bicicleta en reposo.

---

6) Realizan una investigación bibliográfica acerca de fenómenos físicos y aplicaciones relacionadas con el movimiento de rotación y del principio de conservación del momento angular. Ejemplos de interés son la cuantización del momento angular de un electrón, el giroscopio, el uso del volante en lijadoras y cortadoras, el efecto de las estrías en un cañón, la función que cumple la segunda hélice o rotor de un helicóptero, etc.

---

7) Resuelven problemas aplicando el principio de conservación del momento angular.