

Geodesia

POSICIONANDONOS EN EL GLOBO TERRESTRE

Por motivo del proyecto Eratóstenes, se recomienda leer el punto 4 de este documento.

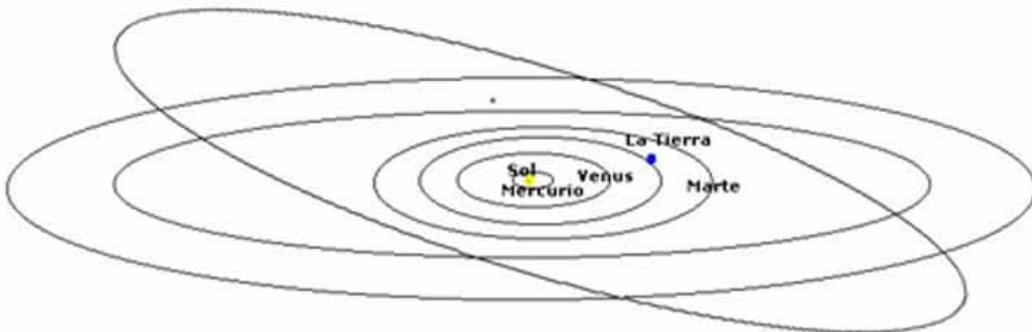
Nuestro mundo, La Tierra, es uno de los planetas que orbitan alrededor de una estrella enana amarilla, el Sol, la cual se encuentra en uno de los brazos estelares de la gran galaxia espiral que nosotros denominamos Vía Láctea.

Es, al día de hoy, el único objeto en el que conocemos la existencia de formas de vida orgánica, sin que las condiciones de temperatura, gravitación superficial, distancia a la estrella, composición atmosférica adecuada, etc., óptimas para el desarrollo de la vida tal como la conocemos, se repita en ninguno de los restantes objetos, planetas u asteroides, que conforman todo el sistema que orbita a la estrella.

Los movimientos propios del globo terrestre alrededor del sol, tanto como su distancia a la estrella, son aspectos fundamentales en el desarrollo de la vida en el planeta.

1. EL PLANETA TIERRA:

El planeta Tierra constituye, junto con los planetas Mercurio, Venus, Marte, Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno, el sistema planetario del Sol. Es, después de Mercurio y Venus, el tercer planeta en distancia a la estrella.





La Tierra es el tercer planeta

El Sol es una de las más de 200.000 millones de estrellas que componen la Galaxia espiral que llamamos Vía Láctea. Se encuentra situado, con su sistema de planetas, en la periferia de este enorme conjunto de estrellas, en uno de los brazos espirales.



La Vía Láctea de perfil

La forma física del planeta no es exactamente esférica sino que se ajusta más a un elipsoide de revolución cuyo eje de giro es el eje menor de la elipse generatriz. En rigor la forma de la superficie del planeta es bastante complicada y no es asimilable a ninguna superficie de formulación matemática simple. Se aproxima al denominado geoide cuya superficie es normal en cada punto a la dirección de la gravedad. El elipsoide de revolución adoptado en los trabajos astronómicos discrepa muy poco del geoide. La figura y dimensiones de la Tierra tienen importancia en astronomía para reducir las observaciones efectuadas desde la superficie terrestre al centro del planeta.

El elipsoide adoptado para representarla tiene un diámetro mayor y uno menor. La medida de esos diámetros será, en alguna medida, parte del problema que se solucionará al final del Proyecto Eratóstenes.



El elipsoide terrestre

La Tierra tiene las siguientes características físicas:

Radio medio	¡ Hay que encontrarlo !
Densidad	5,52 g/cm ³
Gravitación, en la superficie	9,8 m/s ²
Distancia media al Sol	149.598.000 km
Masa	5,98x10 ²⁴ kg
Edad	5x10 ⁹ años, se estima
Satélites	1, Luna, a 384.000 km

2. MOVIMIENTO DE LA TIERRA:

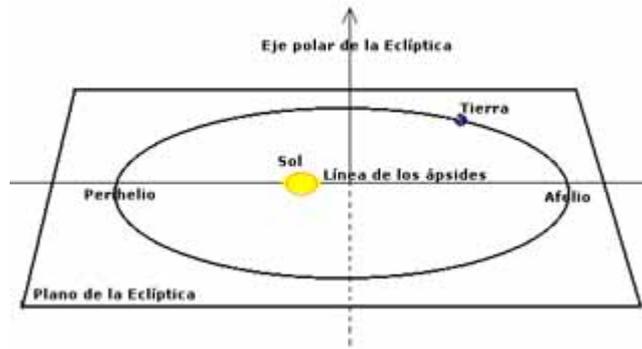
Al igual que los restantes planetas del sistema solar, la Tierra tiene un movimiento de traslación alrededor del Sol, un movimiento de rotación alrededor de un eje, y un movimiento de precesión y de nutación del eje de rotación.

Movimiento de traslación:

El planeta se desplaza en el espacio orbitando alrededor del Sol en una órbita plana elíptica, de excentricidad 1'6745%, en la que el Sol está situado en uno de los focos. La órbita se denomina eclíptica y el plano que la contiene se denomina plano de la eclíptica. El eje perpendicular a este plano se denomina eje de la eclíptica o Eje Polar de la Eclíptica.

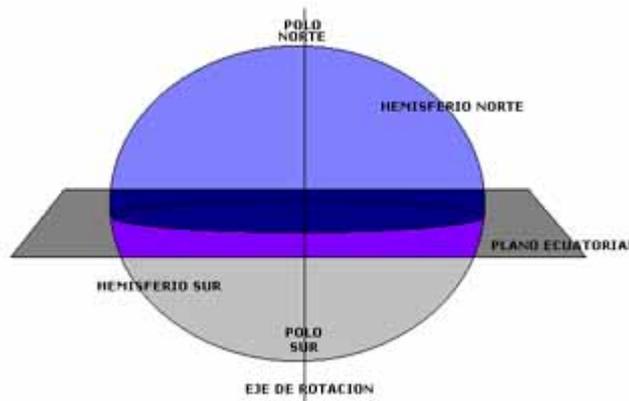
Cuando la Tierra está en el perihelio o punto más cercano al Sol (perigeo), la distancia que les separa es de 149.050.000 kilómetros, y cuando está en el afelio o punto más lejano al Sol (apogeo), la distancia entre ambos astros es de 152.140.000 kilómetros. La línea recta que pasa por el afelio, el perihelio y el Sol se denomina línea de los ápsides. El perihelio lo alcanza el planeta el día 2-3 de enero, y el afelio el día 6-7 de julio.

La duración del movimiento traslacional es, con bastante aproximación, un año.



Movimiento de rotación:

El planeta tiene además un movimiento de rotación alrededor de un eje que coincide con el eje menor del elipsoide de revolución. Los puntos de corte de este eje con la superficie terrestre se denominan Polo Norte y Polo Sur (o Polo Norte Geográfico y Polo Sur Geográfico).



Polos geográficos y hemisferios

El polo Norte es aquel que tendría a su izquierda un observador que se sitúe en la superficie de la Tierra mirando al punto del horizonte por el que aparece el Sol cada mañana debido a este movimiento rotacional (punto Este). A la espalda del observador queda el punto en el que se pone el Sol (punto Oeste).

El plano perpendicular al eje Norte-Sur se denomina Plano Ecuatorial, que es un plano que atraviesa idealmente el planeta separándolo en dos hemisferios llamados Hemisferio Norte o Hemisferio Boreal (es el hemisferio que contiene al Polo Norte), y Hemisferio Sur o Hemisferio Austral (es el hemisferio que contiene al Polo Sur). El círculo máximo intersección de la superficie del planeta con el plano ecuatorial se denomina Ecuador Terrestre.

Los planos ecuatorial y de la eclíptica no son paralelos, sino que forman un ángulo promedio de 23° y $27'$. Este ángulo se conoce en astronomía como oblicuidad de la eclíptica. Este ángulo es, por tanto, el que forman el eje Norte-Sur y el eje de la eclíptica. Debido a esta oblicuidad los rayos solares llegan perpendicularmente al hemisferio boreal en una cierta época y al hemisferio austral en otra, dando lugar a las estaciones. Las estaciones dividen el año en cuatro épocas: primavera, verano, otoño e invierno, de forma que en el otro hemisferio se corresponden respectivamente con otoño, invierno, primavera y verano.

La duración de estas estaciones no es exactamente la misma, debido a que el movimiento traslacional de la Tierra no es uniforme, sino que, de acuerdo con las leyes de Kepler, barre áreas iguales en tiempos iguales. Así, resultan las siguientes duraciones en el hemisferio boreal o norte:

primavera:..... 92 días y 21 horas
verano:..... 93 días y 14 horas
otoño:..... 89 días y 19 horas
invierno:..... 89 días

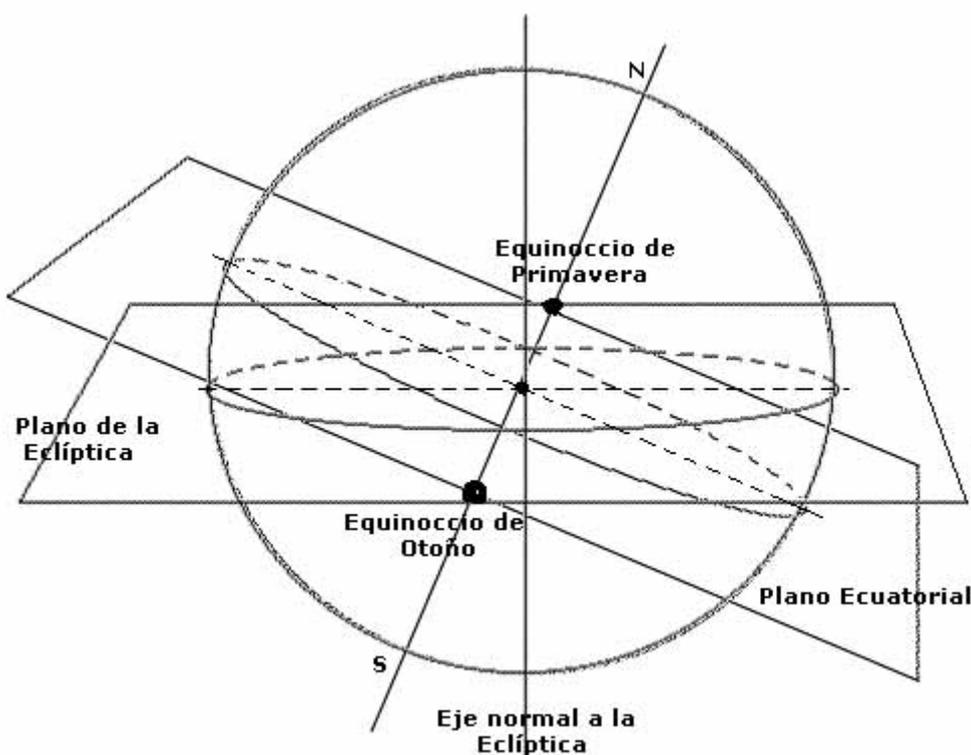


Las estaciones: Épocas distintas en ambos hemisferios

La línea ideal de corte de los dos planos, ecuatorial y de la eclíptica, se denomina eje de los equinoccios. Sus puntos extremos, que son del corte del Ecuador Terrestre con el plano de la Eclíptica, se denominan puntos equinocciales, o equinoccios.

De los dos equinoccios, uno de ellos, el ascendente hacia el Sol en el movimiento rotacional, se denomina Punto Aries, o Punto Vernal, o equinoccio de primavera, y tiene gran importancia en el estudio de la astronomía. El otro punto equinoccial es el equinoccio de otoño.

Las fechas en las que la Tierra, en su órbita alrededor del Sol alcanza los puntos equinocciales son: 21 de septiembre para el equinoccio de primavera, y 21 de marzo para el equinoccio de otoño. En un eje perpendicular se encuentran los dos puntos llamados solsticios: entra en el solsticio de verano el 21 de diciembre y en el solsticio de invierno del 21 de junio. En el hemisferio norte, son los equinoccios y los solsticios son al revés.



Los puntos equinocciales y los solsticios

El movimiento de rotación es, evidentemente, el que origina los días y las noches en la Tierra. La parte iluminada es de día cuando la parte oscura es de

noche. El sol describe un movimiento aparente saliendo por el Este y poniéndose por el Oeste durante el día. La circunferencia menor que describe corta al horizonte visible en dos puntos: el orto y el ocaso. El Sol "sale" por el orto (Este) y se pone por el ocaso (Oeste).

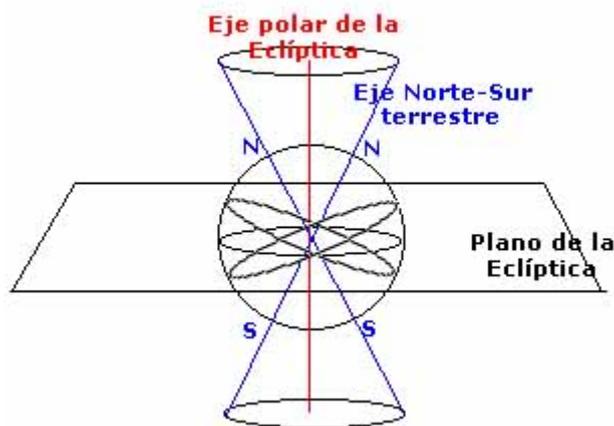
Movimiento de precesión:

El eje de rotación de la Tierra describe un doble cono alrededor del eje polar de la eclíptica, con movimiento de sentido contrario al movimiento de rotación.

El origen de este movimiento de precesión es la acción perturbadora de, por una parte, la Luna y el Sol (precesión lunisolar), y, por otra, la acción de los restantes planetas del sistema (precesión planetaria).

Debido a este movimiento, se produce un desplazamiento gradual de los equinoccios hacia el Oeste. En la época de Hiparco, el punto Vernal se podía observar en dirección a la constelación de Aries (de ahí el usar este nombre también), y hoy día se encuentra hacia la constelación de Piscis.

El fenómeno de precesión lunisolar, de $50",3$ por año, fue descubierto por Hiparco (año 125 a. de C.) y explicado por primera vez por Newton. Está producido por la acción gravitatoria del Sol y de la Luna que, como consecuencia de la forma geoidal, achatada, del planeta y de la inclinación de su eje, tiende a producir una basculación del círculo ecuatorial de modo que pase por el centro de cada uno de los astros perturbadores. La mayor influencia la ejerce la Luna, a causa de su proximidad, aún cuando su masa es mucho menor que la del Sol.



El cono de precesión

La precesión planetaria se suma a la precesión lunisolar. Es ésta una perturbación mucho menor, de $0",12$ por año, originada por la acción gravitacional de los restantes planetas del sistema.

Movimiento de nutación:

Es un pequeño movimiento de carácter periódico que sufre el eje de la Tierra alrededor de su posición media, ondulando el cono de precesión.

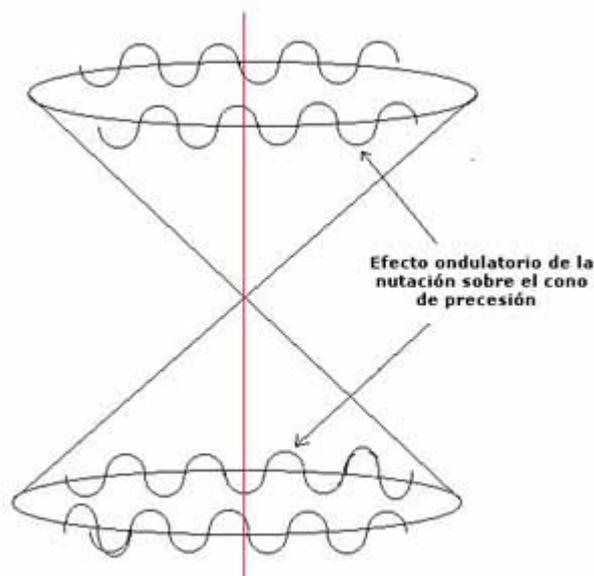
Al igual que el movimiento de precesión, tiene su origen en las perturbaciones gravitatorias que provocan el Sol, la Luna y los restantes planetas sobre el ensanchamiento ecuatorial de la Tierra.

Como ya se ha expuesto, la acción gravitatoria conjunta de todos los astros que componen el sistema solar origina perturbaciones en los movimientos rotacional y traslacional del planeta mediante movimientos combinados de precesión y nutación.

El primero de estos movimientos se descompone en una parte uniforme (precesión de los equinoccios) y una parte periódica compleja, a la cual se denomina nutación astronómica longitudinal. El segundo de estos movimientos se llama nutación oblicua.

Las expresiones de los términos de la nutación astronómica son muy complejas, sobre todo si se quiere aproximar mucho los cálculos. El término más importante de ambos movimientos es debido a la influencia lunar. Tienen por valores respectivos $17'',23$ y $9'',21$. Su periodo normal es de 18 años $\frac{2}{3}$.

Ateniéndose a estos términos principales, se puede representar el movimiento de nutación como el correspondiente a una elipse descrita en el espacio por el eje de rotación terrestre con un periodo de 18 años $\frac{2}{3}$, y de semiejes iguales a $9'',21$ perpendicularmente al plano del ecuador y de $6'',86$ (o sea, $17'',23$ en $23^\circ 27'$ en el sentido longitudinal). El efecto de este movimiento es ondular el cono de precesión, el cual se describe en 25.790 años, y que es en realidad "sobreondulado" por todos los términos secundarios de la nutación.



3. COORDENADAS TERRESTRES:

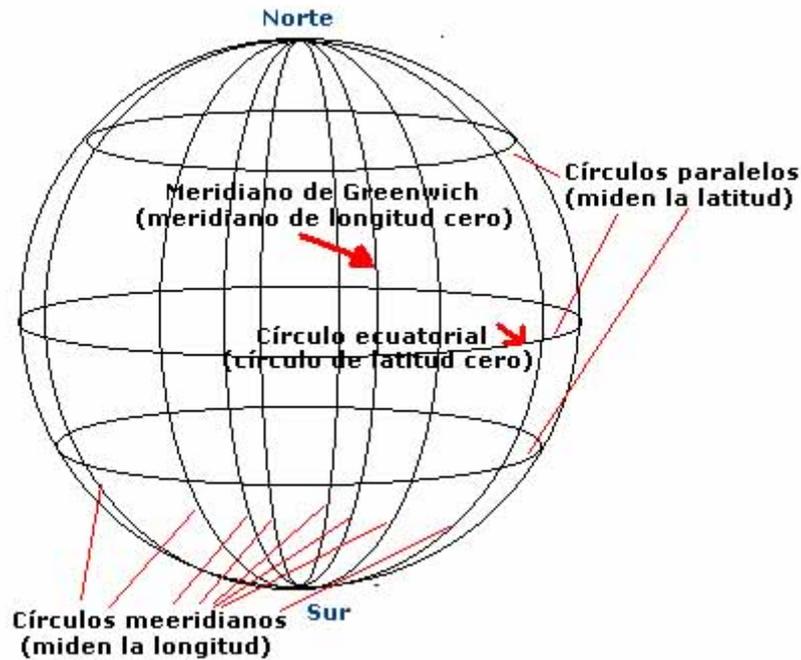
Todos los planos paralelos al plano ecuatorial cortan al elipsoide en círculos paralelos al ecuador que se llaman paralelos. Todos los círculos máximos que pasan por ambos polos Norte y Sur son perpendiculares al ecuador y a los paralelos. Llamaremos a estos círculos máximos meridianos.

Se consigue, de esta forma, "cuadricular" la superficie del planeta de forma que, si numeramos los paralelos y los meridianos podemos identificar cada uno de sus puntos. Es necesario, por tanto, fijar un origen tanto en la medida de paralelos como en la medida de meridianos.

Elegimos:

- como paralelo 0 al círculo ecuatorial.

- como meridiano 0 el círculo máximo que pasa por Greenwich (Inglaterra).



Coordenadas geográficas

Se definen las dos coordenadas geográficas para un lugar cualquiera de la superficie terrestre:

Latitud Geográfica:

Es el ángulo que forma la vertical del lugar con el plano ecuatorial, de 0° a 90° hacia el Norte, y de 0° a 90° hacia el Sur (latitud Norte y latitud Sur, respectivamente).

Así, por ejemplo:

- el Polo norte está a 90° latitud norte, y el polo Sur está a 90° latitud Sur.
- cualquier punto del círculo ecuatorial de la Tierra está a latitud 0° .

Longitud Geográfica:

Es el ángulo diedro que forma el meridiano de Greenwich con el meridiano del lugar, de 0° a 180° hacia el Este, y de 0° a 180° hacia el Oeste (longitud Este y longitud Oeste, respectivamente).

Así, por ejemplo:

- La ciudad de Greenwich y todos los puntos del semimeridiano que va desde el polo norte-Greenwich-polo sur, tienen longitud 0. Los puntos del semimeridiano restante tienen longitud 180° (Este u Oeste, indiferentemente).
- El punto intersección del meridiano de Greenwich con el círculo ecuatorial tiene coordenadas: Latitud 0° , Longitud 0° ; y su antípoda es el punto de coordenadas: Latitud 0° , Longitud 180° .

Otros ejemplos:

- La ciudad de Limache está a $33^{\circ} 00' 12,57''$ Latitud Sur, $71^{\circ} 15' 40,82''$ Longitud Oeste.
- Las coordenadas terrestres de Chaitén son $42^{\circ} 55' 17,13''$ Latitud Sur, $72^{\circ} 42' 53''$ Longitud Oeste.
- Coordenadas del Polo Norte: 90° Latitud Norte, 0° Longitud (Este u Oeste, indiferentemente).
- Coordenadas del Polo Sur: 90° Latitud Sur, 0° Longitud (Este u Oeste, indiferentemente).
- La población de Greenwich se encuentra a $51^{\circ},26'$ Latitud Norte, 0° Longitud (Este u Oeste, indiferentemente).

Puede consultarse ya en internet sitios donde, con el software adecuado, se nos muestran las coordenadas geográficas de prácticamente cualquier localidad del planeta. Por ejemplo: con el programa Google Earth.

Colatitud:

A veces es conveniente usar en diversos problemas el concepto de colatitud: es el complemento de la latitud a 90° , es decir es el ángulo que forma la vertical del lugar con el eje Norte-Sur, o bien, dicho de otro modo, el arco de meridiano terrestre comprendido entre el lugar y el polo geográfico más próximo. Es evidente, en definitiva, que para un lugar cualquiera de la superficie terrestre es: latitud + colatitud = 90° .

4. DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS DE LA SUPERFICIE:

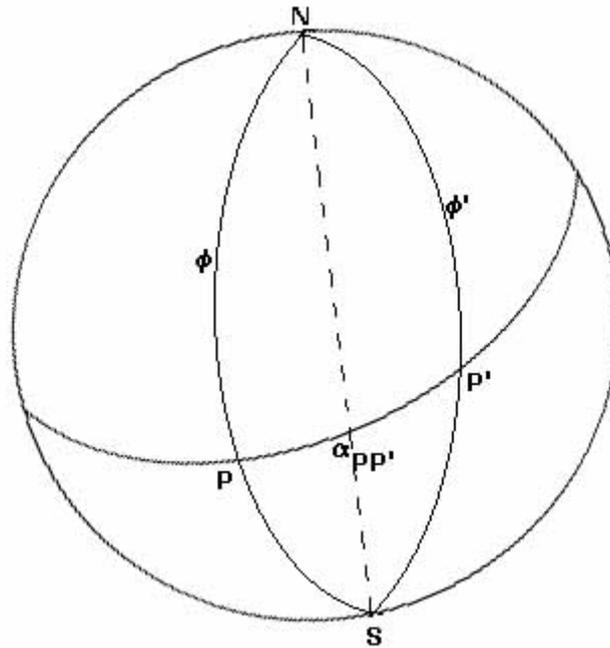
Nota: En esta parte se usarán conceptos de trigonometría.

La distancia entre dos puntos, P y P' de la superficie de la Tierra es la longitud del arco de círculo máximo comprendido entre el punto P y el punto P'. Para hacer estos cálculos **aproximaremos el elipsoide terrestre por la forma esférica**, y calcularemos el arco de círculo máximo entre ambos puntos mediante la fórmula de los cosenos de la trigonometría esférica.

Sean los puntos P y P' dados por sus coordenadas:

P de latitud: Φ y longitud: λ , colatitud: $\Phi = 90 - \theta$

P' de latitud: Φ' y longitud: λ' , colatitud: $\Phi' = 90 - \theta'$



Triángulo esférico que forman P, P' y N

Sea ahora el triángulo esférico P-N-P' formado por ambos puntos y el polo Norte. Se conocen los lados PN= ϕ y P'N= ϕ' , así como el ángulo diedro PNP' = $\lambda - \lambda'$. Por tanto, aplicando el teorema de los cosenos de la geometría esférica podemos calcular el tercer lado de dicho triángulo a partir del arco de círculo máximo entre ambos puntos:

$$\cos a_{PP'} = \cos[\cos \phi \cos \phi' + \sin \phi \sin \phi' \cos(\lambda - \lambda')]$$

$$a_{PP'} = \arccos[\cos \phi \cos \phi' + \sin \phi \sin \phi' \cos(\lambda - \lambda')]$$

Para calcular la distancia entre ambos puntos emplearemos la proporción de 360° a 40000 kilómetros con la del arco $a_{PP'}$ a su longitud $d_{PP'}$.

$$d_{PP'} = \frac{40.000}{360} a_{PP'}$$

Se obtiene así la siguiente fórmula aproximada:

$$d_{PP'} = \frac{40.000}{360} \arccos[\cos \phi \cos \phi' + \sin \phi \sin \phi' \cos(\lambda - \lambda')]$$

Ejemplos de cálculo de distancias:

- Distancia entre las ciudades Limache y Chaitén, de Chile.

Limache: (33° 0' 12' 57" S, 71° 15' 40,82" O)

Chaitén: (42° 55' 17,13" S, 72° 42' 52,56 O)

Colatitudes: $\phi = 90^\circ - (33^\circ 0' 12' 57'') = 56^\circ 59' 47,43'' = 56,9965^\circ$

$\phi' = 90^\circ - (42^\circ 55' 17,13'') = 47^\circ 4' 42,87'' = 47,0786^\circ$

Muchas veces el ángulo se da en grados, minutos y segundos. Para efectos de uso de calculadora es conveniente expresarlo en forma decimal. En este caso se hace:

grados + minutos /60 + segundos /3600

Ángulo diedro en el polo norte:

$$\lambda - \lambda' = (72^\circ 42' 52,56) - (71^\circ 15' 40,82'') = 1^\circ 27' 11,74'' = 1,4533^\circ$$

Calculamos las razones trigonométricas:

$$d_{PP'} = \frac{40.000}{360} \arccos[\cos \phi \cos \phi' + \sin \phi \sin \phi' \cos(\lambda - \lambda')]$$

$$d_{PP'} = \frac{40.000}{360} \arccos[\cos(56,9965^\circ) \cos(47,0786^\circ) + \sin(56,9965^\circ) \sin(47,0786^\circ) \cos(1,4533^\circ)]$$

$$d_{PP'} = \frac{40.000}{360} \arccos[0,545 \cdot 0,681 + 0,839 \cdot 0,732 \cdot 0,999]$$

$$d_{PP'} = \frac{40.000}{360} \arccos[0,985] = \frac{40.000}{360} \cdot 10,042$$

$$d_{PP'} = 1.115,83 \text{ km}$$

Es decir, hay 1.115,83 km desde Limache a Chaitén, **en línea recta**.

En estricto rigor no es en línea recta, esa distancia es la medida del arco comprendido entre Limache y Chaitén.

